

文章编号:1000-8055(2009)11-2625-06

弧齿锥齿轮功率分流传动系统建模与 承载特性分析

谷建功, 方宗德, 庞 辉, 王 成
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 针对齿轮功率分流的平行轴传动、星型传动和行星传动形式,提出了一种新型交叉轴传动形式的弧齿锥齿轮功率分流传动系统并介绍了其构成及工作状态.在此基础上,计算了系统各齿轮副的传递功率,分析了系统在各安装误差作用下的功率分流情况.研究表明,在输入齿轮、其相对的输出齿轮的轴交角误差或其相邻的输出齿轮的轴向误差单独影响下,系统主承载齿轮副传递的功率减小,可大大提高系统承载能力,并有利于功率分流均载;系统各齿轮都具有安装误差时,各齿轮副承载情况受误差累加或相反作用的影响.

关 键 词: 弧齿锥齿轮; 分流传动系统; 力平衡; 变形协调

中图分类号: V434.13

文献标识码: A

Modeling and load analysis of spiral bevel gears power split system

GU Jian-gong, FANG Zong-de, PANG Hui, WANG Cheng

(School of Mechatronics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: According to different forms of gear power split transmission including parallel axes, star gear train and planetary gear train, a new type of spiral bevel gears power split system with cross axes transmission was proposed and its structure and working state was explained. The transmission powers of every gear pair in the system were then calculated, and the power split situations were analyzed under conditions of all kinds of installation errors. The results show that, in consideration of the installation errors in shaft angle of input gear and its opposite output gear or axial error of its adjacent output gear, the power transferred by main load gear pair of the system can be decreased, so the load capacity of the system is improved obviously, contributing to uniform load of the system. When every gear has different installation errors, the load situations are influenced by the error accumulation and opposition.

Key words: spiral bevel gears; power split system; deformation equilibrium; compatibility

齿轮功率分流传动系统广泛地应用于航空发动机和减速器中,目前普遍采用平行轴传动、星型传动和行星传动三种形式.文献[1]介绍了一种平行轴齿轮功率分流传动系统并对其非线性动力学

特性进行了研究,文献[2]研究了两级星型齿轮传动系统在制造误差和安装误差下的动态均载特性,文献[3-4]提出了一种行星齿轮传动减速器,并将其应用于一种直升机主减速器.平行轴传动

收稿日期: 2008-11-06; **修订日期:** 2009-04-15

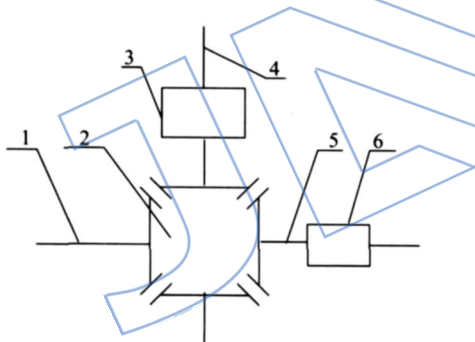
基金项目: 国家自然科学基金(50875211); 航空科技创新基金(07B53004)

作者简介: 谷建功(1980-),男,山西朔州人,博士生,主要从事齿轮啮合特性及可靠性研究.

形式只适用于传动轴互相平行进行功率分流的情况,星形和行星传动形式结构复杂,其应用都具有一定的局限性.为此,本文提出了一种新型的弧齿锥齿轮功率分流传动系统,目前正在进行该分流传动系统的研究.系统由采用功率分流形式布置的四个轴交角为直角的弧齿锥齿轮构成,各齿轮承载能力均衡,能够高速传递大功率,整个系统可实现双路功率的交叉分流,结构简单紧凑.为了深入研究系统的承载情况,建立了弧齿锥齿轮功率分流传动系统的数学模型;并对系统各齿轮副传递的功率进行了计算;对各构件安装误差对系统功率分流的影响进行了深入分析,可为弧齿锥齿轮功率分流传动系统的设计、制造及应用提供重要的理论依据和实际价值.

1 弧齿锥齿轮分流传动系统构成与工作状态

图 1 表示弧齿锥齿轮分流传动系统能够应用于直升机传动中,主轴输入的功率通过系统交叉分流,从旋翼轴和尾轴两路输出,有效的满足了直升机运动和动力传输的需求.



1 主轴; 2 弧齿锥齿轮分流传动系统; 3 主减速器; 4 旋翼轴; 5 尾轴; 6 尾部减速器

图 1 弧齿锥齿轮分流传动系统应用简图
Fig. 1 Application of spiral bevel gears power split system

1.1 系统的构成

根据图 1 所示的工况,为了均衡系统各齿轮的承载能力,设计系统各齿轮副传动比为 1,轴交角为 90° ,且认为系统刚性支撑,建立其数学模型如图 2.

系统中各齿轮承受的扭矩分别为 T_1, T_2, T_3, T_4 ,规定输入扭矩为正,输出扭矩为负.作用在两齿轮上的扭矩分别为 T_{ij} 和 T_{ji} ($i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3, 4$). T_{ij} 为齿轮 j 对齿轮 i 的作用扭矩,

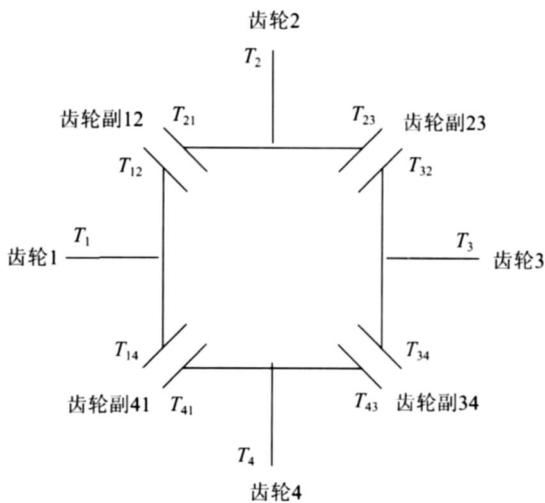


图 2 弧齿锥齿轮分流传动系统结构

Fig. 2 Structure of spiral bevel gears power split system

T_{ij} 和 T_{ji} 互为作用力矩与反作用力矩,规定驱动力矩为正,负载力矩为负.系统的安装误差包括各齿轮安装错位与相邻齿轮形成的轴交角误差,轴向误差,轴间距误差.

1.2 系统啮合情况

由于弧齿锥齿轮副中小轮和大轮的主被动与工作面的选择对各啮合位置的载荷分配影响不同,因此规定系统中齿轮 1,3 为小轮,齿轮 2,4 为大轮,且齿轮 1 为系统功率输入端,在齿轮副 12 中的工作面为凹面,由图 2 判断各齿轮副的啮合情况见表 1.

表 1 各齿轮副啮合情况

Table 1 Meshing situation of every gear pair

齿轮副 12	齿轮 1:主动,凹面 齿轮 2:被动,凸面
齿轮副 23	齿轮 2:主动,凹面 齿轮 3:被动,凸面
齿轮副 34	齿轮 3:被动,凸面 齿轮 4:主动,凹面
齿轮副 41	齿轮 1:主动,凹面 齿轮 4:被动,凸面

2 弧齿锥齿轮分流传动系统功率流计算

根据系统的力平衡与变形协调条件,通过拟合齿轮副扭矩与变形函数建立了各齿轮副载荷分配关系的方程组,用优化方法求解得到系统功率分流情况.

2.1 力平衡条件

如图 2,根据整个系统与各齿轮的输入和输出扭矩的平衡条件有

$$\begin{cases} T_1 + T_{12}(k) + T_{14}(k) = 0 \\ T_2 - T_{12}(k) + T_{23}(k) = 0 \\ T_3 - T_{23}(k) + T_{34}(k) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中 $T_{ij}(k)$ 表示齿轮 j 对齿轮 i 在一个啮合周期中第 k 个啮合位置(为了保证计算精度,每个啮合周期选 8 个啮合位置, $k = 1, \dots, 8$)的扭矩。

2.2 变形协调条件

系统各齿轮的转角对应关系如图 3 所示,各齿轮副的啮合转角满足下式

$$\begin{cases} \Delta\phi_{12}[T_{12}(k)] = \Delta\phi_1(k) - \Delta\phi_2(k) \\ \Delta\phi_{23}[T_{23}(k)] = \Delta\phi_2(k) - \Delta\phi_3(k) \\ \Delta\phi_{34}[T_{34}(k)] = \Delta\phi_3(k) - \Delta\phi_4(k) \\ \Delta\phi_{41}[T_{41}(k)] = \Delta\phi_4(k) - \Delta\phi_1(k) \end{cases} \quad (2)$$

式中 $\Delta\phi_i(k)$ 表示齿轮 i 在第 k 个啮合位置的转角; $\Delta\phi_{ij}[T_{ij}(k)]$ 表示齿轮 j 和齿轮 i 啮合时在扭矩 $T_{ij}(k)$ 作用下第 k 个啮合位置的角变形(即承载传动误差)。

则每个啮合位置下的变形协调方程为

$$\Delta\phi_{12}[T_{12}(k)] + \Delta\phi_{23}[T_{23}(k)] + \Delta\phi_{34}[T_{34}(k)] + \Delta\phi_{41}[T_{41}(k)] = 0 \quad (3)$$

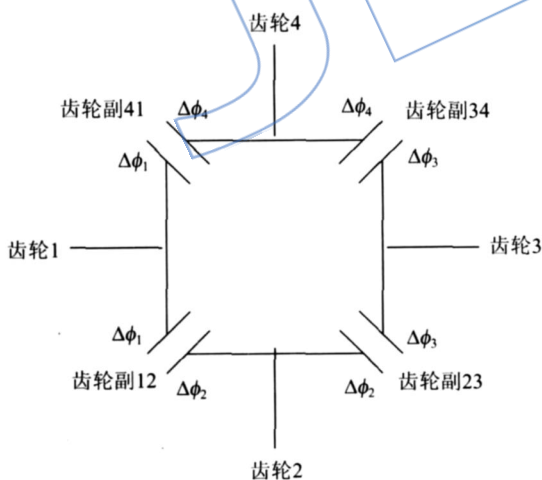


图 3 各齿轮转角对应关系

Fig. 3 Corresponding rotation angle of every gear

弧齿锥齿轮副承载的角变形主要由几何传动误差,弯曲变形和接触变形引起。几何传动误差由齿面设计和加工形成,与载荷 T 大小无关: $\delta\left(\frac{T}{T}\right) = a$;当齿轮副材料、几何参数及啮合位置一定时,弯曲变形和接触变形由载荷决定,美国格

里森公司的计算方法^[5]认为弯曲变形与载荷成线性关系: $\delta\left(\frac{T}{T}\right) = bT$;接触变形与载荷的关系为: $\delta\left(\frac{T}{T}\right) = cT^{\frac{2}{3}}$,其中 a, b, c 为常数项, δ_1, δ_2 和 δ_3 为几何传动误差、弯曲变形和接触变形导致的角变形。

规定 $\Delta\phi_{ij}(k)$ 与 $T_{ij}(k)$ 同号,则各齿轮副扭矩与变形的函数式为

$$\Delta\phi_{ij}[T_{ij}(k)] = \frac{T_{ij}(k)}{|T_{ij}(k)|} \cdot [a + b|T_{ij}(k)| + c|T_{ij}(k)|^{\frac{2}{3}}] \quad (4)$$

为保证上述函数式在各齿轮副承受不同扭矩时(变化区间为 $[0, T_1]$)均成立,假定各齿轮副承受扭矩分别为较小值 $0.1T_1$,中间值 $0.5T_1$ 和较大值 0.9 ,结合表 1 对系统啮合情况的判断,经弧齿锥齿轮 L TCA (load tooth contact analysis)^[6] 程序,求出 $\Delta\phi_{ij}[0.1T_1(k)]$, $\Delta\phi_{ij}[0.5T_1(k)]$ 和 $\Delta\phi_{ij}[0.9T_1(k)]$,代入式(4)确定 a, b 和 c ,得到各齿轮副扭矩与变形的函数关系式。

2.3 系统功率流求解

求解由式(1)、式(3)和式(4)组成的非线性方程组可获得各齿轮副在各啮合位置传递的扭矩,由于确定其初值困难,直接求解有一定难度,故对其进行一定变换,间接地采用优化的方法计算。优化参数为系统各齿轮副在各啮合位置传递的扭矩,根据式(3)所示,以各齿轮副在同一啮合位置角变形之和的绝对值最小(为零)为优化目标,以式(1)和式(4)为约束条件,可建立优化数学模型为

$$\begin{aligned} \min & \left| \Delta\phi_{12}[T_{12}(k)] + \Delta\phi_{23}[T_{23}(k)] + \Delta\phi_{34}[T_{34}(k)] + \Delta\phi_{41}[T_{41}(k)] \right| \\ \text{s. t.} & \begin{cases} T_1 + T_{12}(k) - T_{41}(k) = 0 \\ T_2 - T_{12}(k) + T_{23}(k) = 0 \\ T_3 - T_{23}(k) + T_{34}(k) = 0 \\ \Delta\phi_{ij}[T_{ij}(k)] - \frac{T_{ij}(k)}{|T_{ij}(k)|} \cdot [a + b|T_{ij}(k)| + c|T_{ij}(k)|^{\frac{2}{3}}] = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

对约束条件进行消元运算, $T_{23}(k)$, $T_{34}(k)$ 和 $T_{41}(k)$ 由 $T_{12}(k)$ 表示,则 $\Delta\phi_{23}[T_{23}(k)]$, $\Delta\phi_{34}[T_{34}(k)]$ 和 $\Delta\phi_{41}[T_{41}(k)]$ 也可表示为 $T_{12}(k)$ 的函数,将其代入目标函数,转化为以 $T_{12}(k)$ 为优化参数的无约束单目标优化,即一元函数求极小值问题,可应用黄金分割法求出该目标函数值最小(为零),即满足式(3)时各齿轮副在各啮合位置分配的功率。

3 安装误差对系统功率分流的影响

计算工况为齿轮 1 端输入功率为 1566 kW, 转速 6000 r/min, 齿轮 2,3 端各输出 783 kW, 齿轮 4 端无功率输入输出, 设计系统各齿轮的几何参数如表 2.

表 2 轮坯参数

Table 2 Gear geometric parameters

项目	齿轮 1 和 3	齿轮 2 和 4
齿数 Z	34	34
法向压力角 α (°)	20	20
中点螺旋角 β (°)	25	25
螺旋方向	右	左
分锥角 γ (°)	45	45
面锥角 γ_f (°)	48.096	48.096
根锥角 γ_r (°)	41.904	41.904
齿宽 B_w /mm	57	57
齿顶高 h_a /mm	6.8	6.8
齿根高 h_f /mm	8.304	8.304

图 4 表示系统无安装误差和各齿轮分别存在轴间距、轴交角和轴向误差时, 2 个啮合周期内 (对应 16 个啮合位置) 的功率分流情况.

同一齿轮副在一个啮合周期内的不同啮合位置齿面几何性质和轮齿间隙各异, 则单位载荷下角变形不同, 由式 (3) 可知, 系统在不同啮合位置各齿轮副承载不同, 则图 4 中各齿轮副的功率流曲线产生波动且随齿轮的啮合周期循环变化. 由于齿轮 4 端无功率输入输出, 齿轮副 34, 41 传递的功率相等, 功率流曲线重合.

与无安装误差时相比, 各齿轮不同的安装误差使各齿轮副在各啮合位置的承载改变, 功率流曲线上下移位且波动情况改变. 这是因为包含安装误差的两相邻齿轮副的啮合面发生错位, 齿面间隙和啮合点位置改变. 在无误差时分配的载荷作用下, 两齿轮副各啮合位置的角变形都改变 (啮合点向齿顶或齿根移动, 啮合点处轮齿刚度减小或增大, 角变形增大或减小). 为了满足变形协调

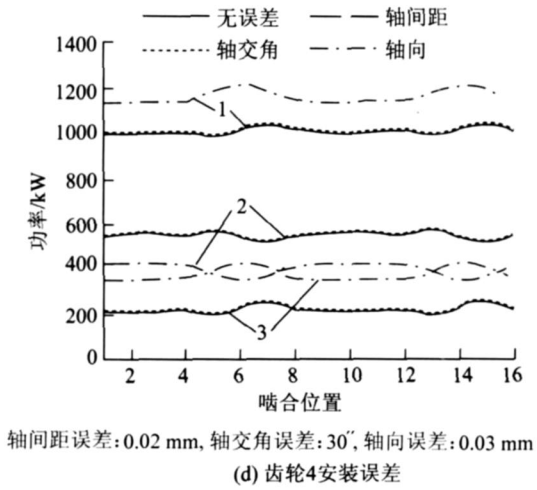
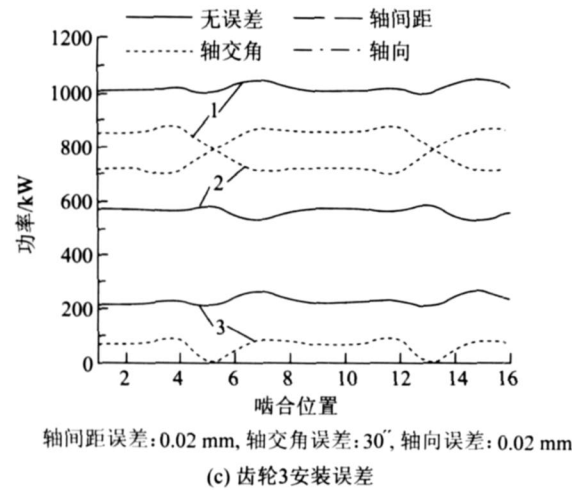
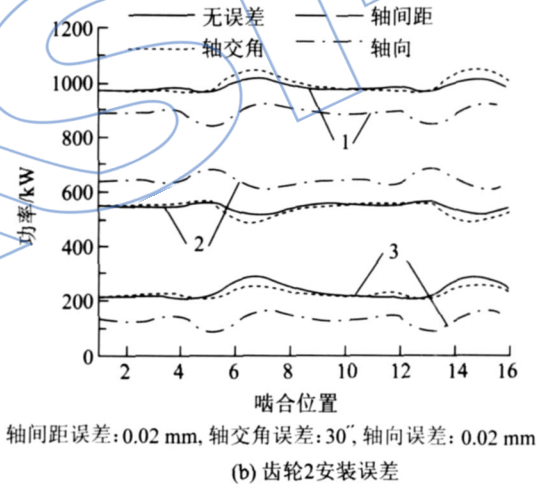
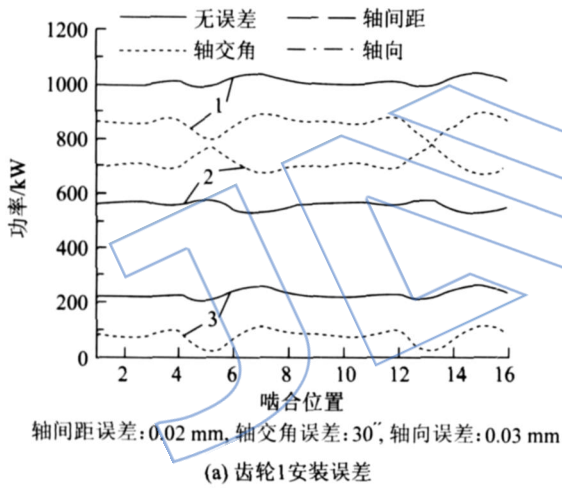


图 4 各齿轮单独安装误差影响下系统功率分流图

Fig.4 Power split diagram of the system under individual installation error of every gear

方程,当包含安装误差的两齿轮副在同一啮合位置的角变形之和的绝对值相对无安装误差时增大或减小,根据各齿轮副扭矩与变形函数判断,对此变化影响大的齿轮副的载荷应减小或增大,对应的功率流曲线下降或上升,由力矩平衡条件可知,其他齿轮副功率流曲线相应变化;若两齿轮副包含安装误差前后的角变形变化量正负抵消,则各齿轮副承载不变,系统功率流曲线与无误差时基本重合。

由表 1 和表 2 可知齿轮 1, 3 构成齿轮副的啮合情况类似,几何参数相同,因此两齿轮的同类型安装误差对系统功率分流影响相似,各齿轮副功率流曲线变化情况相似。

系统中齿轮副 12 的负载最大,这是因为齿轮副 12 传递的功率包含了齿轮 2 处输出的全部功率以及齿轮 3 处输出的部分功率。由表 3 可知,与无安装误差时相比,齿轮 1 和 3 的轴交角误差和齿轮 2 的轴向误差使齿轮副 12 的平均载荷减小了 15 %以上,同时又增大了齿轮副 41 的载荷;齿轮 4 的轴向误差对此产生了相反影响,而其他安装误差对此基本没有影响。

表 3 齿轮副 12 传递的平均功率
Table 3 Average power transfer of gear pair 12

安装误差	齿轮副 12 传递 平均功率/ kW	平均功率 变化率/ %
无安装误差	1011.74	
齿轮 1 轴交角误差 30"	858.83	15.11
齿轮 2 轴向误差 0.02 mm	840.96	16.88
齿轮 3 轴交角误差 30"	793.99	21.52

图 5 表示系统在各齿轮不同安装误差综合作用下的功率分流情况。其中系统安装误差 1 包含齿轮 1~4 的误差依次为:轴交角误差 30",轴向误差 0.02 mm,轴向误差 0.02 mm,轴间距误差 0.02 mm;系统安装误差 2 包含齿轮 1~4 的误差依次为:轴间距误差 0.02 mm,轴向误差 0.02 mm,轴交角误差 30",轴向误差 0.03 mm。在系统安装误差 1 影响下,齿轮副 12, 34, 41 传递的功率大致相等,齿轮副 23 传递的功率很小,这是由于齿轮 1 的轴交角误差和齿轮 2 的轴向误差累加效果的影响;在系统安装误差 2 影响下,各齿轮副的功率流曲线位于齿轮 2, 4 轴向误差单独作用时对应齿轮副的功率流曲线之间,这是由于齿轮 2, 4

的轴向误差相反作用的影响。

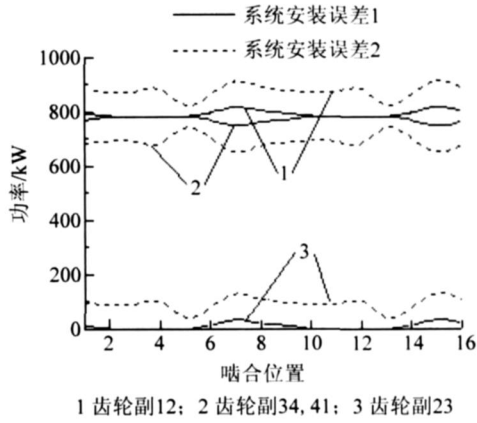


图 5 各齿轮综合安装误差影响下系统功率分流图
Fig. 5 Power split diagram of the system under comprehensive error of every gear

4 结 论

- 1) 本文提出的弧齿锥齿轮功率分流传动系统,能够交叉分流传递两路功率,既综合了弧齿锥齿轮适用于高速重载场合的优点,又简化了功率分流传动系统的结构,具有良好的应用前景。
- 2) 齿轮 1 和齿轮 3 的轴交角误差,齿轮 2 的轴向误差减小了齿轮副 12 的承载,同时增大了齿轮副 41 的承载,能够提高系统的承载能力且有利于功率分流均载,安装时应适当调整系统包含以上误差;齿轮 4 的轴向误差对此不利,安装时应积极避免;齿轮 1 和齿轮 3 的轴间距和轴向误差,齿轮 2 和 4 的轴间距和轴交角误差,对系统功率分流情况基本无影响,在安装时可作为浮动参数,根据实际情况调整。
- 3) 系统中各齿轮都具有安装误差时,在误差的累加作用下,系统各功率流曲线的变化比各误差单独作用时更明显;在误差的相反作用下,各齿轮副传递的功率处于各误差单独作用时传递功率的范围之内。
- 4) 下一步应深入研究弹性支撑下弧齿锥齿轮分流传动系统的动力学和动态均载特性,以便于在工程中的实际应用。

参考文献:

[1] 杨振,王三民,范叶森. 转矩分流式齿轮传动系统的非线性动力学特性[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 52-57.
YANG Zhen, WANG Sanmin, FAN Yesen. Nonliner dynamics characteristics of split-torque gear transmission

- system [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 52-57. (in Chinese)
- [2] 鲍和云,朱如鹏. 两级星型齿轮传动动态均载特性分析[J]. 航空动力学报, 2005, 20(6): 937-942.
- BAO Heyun, ZHU Rupeng. Analysis of dynamic load sharing in a 2-stage planet gear train [J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(6): 937-942. (in Chinese)
- [3] Sikorsky KJ G. Aircraft advanced rotorcraft transmission (ART) program final report [R]. NASA CR-191079, 1993.
- [4] Kish J G. Comanche drive system[C]// Rotary Wing Propulsion Specialists' Meeting Proceedings. [S.l.]: American Helicopter Society, 1993.
- [5] 齿轮手册编委会. 齿轮手册[M]. 2版. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- [6] 方宗德, 邓效忠, 任东锋. 考虑边缘接触的弧齿锥齿轮承载接触分析[J]. 机械工程学报, 2002, 38(9): 69-72.
- FANG Zongde, DENG Xiaozhong, REN Dongfeng. Loaded tooth contact analysis of spiral bevel gears considering edge contact [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(9): 69-72. (in Chinese)
- [7] 方宗德, 刘涛, 邓效忠. 基于传动误差设计的弧齿锥齿轮啮合分析[J]. 航空学报, 2002, 23(3): 226-230.
- FANG Zongde, LIU Tao, DENG Xiaozhong. Tooth contact analysis of spiral bevel gears based on the design of transmission error[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(3): 226-230. (in Chinese)
- [8] Jean-Pierre V, Michele G, Didier R, et al. Numerical and experimental study of the loaded transmission error of a spiral bevel gear[J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129: 195-200.
- [9] Simon V. Load distribution in spiral bevel gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129: 201-209.